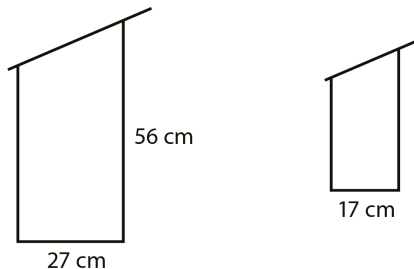


## 1.1



Merkitään pienemmän pöntön korkeutta kirjaimella  $x$ .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Korkeus (cm)	Leveys (cm)
<b>Isompi</b>	56	27
<b>Pienempi</b>	$x$	17

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{56}{x} = \frac{27}{17}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.  
Ratkaistaan CAS-laskimella.

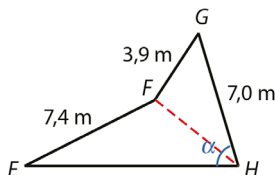
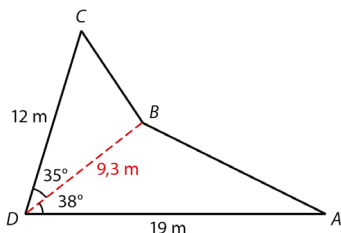
$$x \approx 35 \text{ (cm)}$$

Pienemmän pöntön korkeus on 35 cm.

**Vastaus**

35 cm

## 1.2



a) Kootaan tiedot taulukkoon.

	<i>AB ja EF (m)</i>	<i>CD ja GH (m)</i>
<i>ABCD</i>	<i>AB</i>	12
<i>EFGH</i>	7,4	7,0

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan *AB*.

$$\frac{AB}{7,4} = \frac{12}{7,0}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.  
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$AB \approx 13 \text{ (m)}$$

Sivun *AB* pituus on 13 m

b) Kootaan tiedot taulukkoon

	<i>BD ja FH (m)</i>	<i>CD ja GH (m)</i>
<i>ABCD</i>	9,3	12
<i>EFGH</i>	<i>FH</i>	7,0

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan *FH*.

$$\frac{9,3}{FH} = \frac{12}{7,0}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.  
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$FH \approx 5,4 \text{ (m)}$$

Sivun *FH* pituus on 5,4 m.

c) Yhdenmuotoisten kuvioiden vastinkulmat ovat yhtä suuret.

$$\begin{aligned} \alpha &= 35^\circ + 38^\circ \\ &= 73^\circ \end{aligned}$$

**Vastaus**

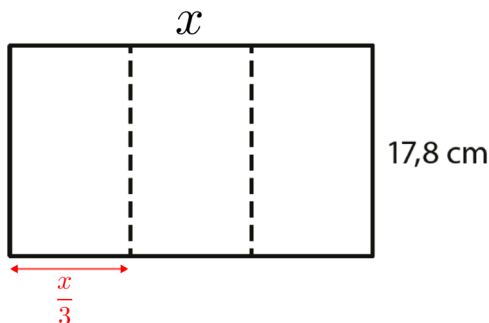
a) 13 m

b) 5,4 m

c) 73°

## 1.3

Merkitään arkin pidemmän sivun pituutta kirjaimella  $x$ . Tällöin leikatun arkin lyhyemmän sivun pituus on  $\frac{x}{3}$ .



Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pidempi sivu (cm)	Lyhyempi sivu (cm)
Koko arkki	$x$	$17,8$
Leikkattu arkki	$17,8$	$\frac{x}{3}$

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan koko arkin sivun pituus  $x$ .

$$\frac{\frac{x}{3}}{17,8} = \frac{17,8}{x}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx -30,8 \quad \text{tai} \quad x \approx 30,8$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 30,8 \text{ cm}$ .

**Vastaus**

30,8 cm

## 1.4

- a) Muutetaan pituudet samaan yksikköön.

$$25 \text{ cm} = 250 \text{ mm} \qquad 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

Mittakaava on vastinpituuksien suhde.

$$\frac{250 \text{ mm}}{0,125 \text{ mm}}$$

Verrataan kuvan mittoja  
todellisiin mittoihin.

$$= 2000$$

Ilmaistaan suhde murtolukuna.

$$= \frac{2000}{1}$$

Mallin mittakaava on  $2000 : 1$ .

- b) Koska mittakaava on  $2000 : 1$ , mallin mitat ovat 2000-kertaisia verrattuna todellisiin mittoihin. Ameeba on suurennettu mallissa 2000-kertaiseksi.

### Vastaus

- a)  $2000 : 1$

- b) 2000-kertainen

## 1.5

Muutetaan pituudet samaan yksikköön.

$$\begin{aligned} 3,7 \text{ km} & \qquad 1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 100\,000 \text{ cm} \\ &= 370\,000 \text{ cm} \end{aligned}$$

Mittakaava on vastinpituuksien suhde.

$$\begin{aligned} & \frac{7,4 \text{ cm}}{370\,000 \text{ cm}} && \text{Verrataan kartan mittoja} \\ & && \text{todellisiin mittoihin.} \\ & = \frac{1}{50\,000} && \text{Sievennetään CAS-laskimella.} \end{aligned}$$

Kartan mittakaava on 1 : 50 000.

**Vastaus**

1 : 50 000

## 1.6

- a) Merkitään kaupunkien välistä todellista etäisyyttä kirjaimella  $x$ .  
Kootaan tiedot taulukkoon.

	Etäisyys (cm)	Mittakaava
Kartta	34,5	1
Maasto	$x$	250 000

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{34,5}{x} = \frac{1}{250\,000}$$

Vastinpituuksien suhde on yhtä suuri kuin kartan mittakaava.

Ratkaistaan CAS-laskimella.  
a.

$$x = 8\,625\,000 \text{ (cm)}$$

Kaupunkien välinen etäisyys on

$$8\,625\,000 \text{ cm} = 86\,250 \text{ m} = 86,25 \text{ km} \approx 86,3 \text{ km}.$$

- b) Merkitään etäisyyttä kartalla kirjaimella  $x$ .  
Muutetaan kaupunkien välisen etäisyyden yksiköksi senttimetri.  
 $111 \text{ km} = 111\,000 \text{ m} = 11\,100\,000 \text{ cm}$

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Etäisyys (cm)	Mittakaava
Kartta	$x$	1
Maasto	11 100 000	250 000

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{x}{11\,100\,000} = \frac{1}{250\,000}$$

Vastinpituuksien suhde on yhtä suuri kuin kartan mittakaava.

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 44,4 \text{ (cm)}$$

Kaupunkien välinen etäisyys kartalla on 44,4 cm.

### Vastaus

- a) 86,3 km  
b) 44,4 cm

## 1.7

Merkitään pölypunkin pituutta kirjaimella  $x$ .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pituus (cm)	Mittakaava
Kuvassa	8,3	300
Luonnossa	$x$	1

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{8,3}{x} = \frac{300}{1}$$

Vastinpituuksien suhde on yhtä suuri kuin kartan mittakaava.

Ratkaistaan CAS-laskimella.

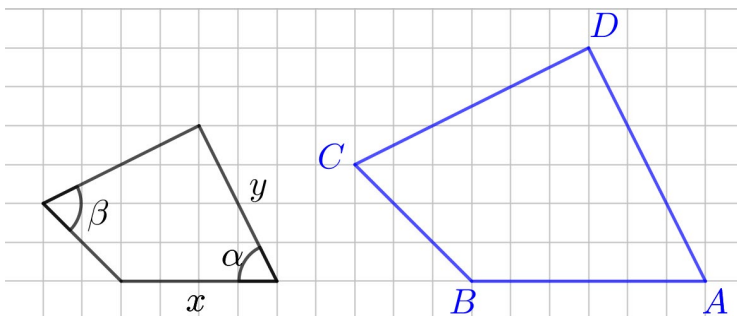
$$x \approx 0,028 \text{ (cm)}$$

Pölypunkin pituus on  $0,028 \text{ cm} = 0,28 \text{ mm}$ .

**Vastaus**

0,28 mm

## 1.8



a) Kulman  $\alpha$  vastinkulma on kulma  $\sphericalangle A$ .

Kulman  $\beta$  vastinkulma on kulma  $\sphericalangle C$ .

b) Sivun  $x$  vastinsivu on sivu  $AB$ .

Sivun  $y$  vastinsivu on sivu  $AD$ .

c) Mittakaava on vastinpituuksien suhde.

$$\frac{x}{AB} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Mittakaava on  $3 : 2$ . (Voisi ilmoittaa myös muodossa  $2 : 3$ .)

### Vastaus

a) Kulman  $\alpha$  vastinkulma on  $\sphericalangle A$ . Kulman  $\beta$  vastinkulma on  $\sphericalangle C$ .

b) Sivun  $x$  vastinsivu on  $AB$  ja sivun  $y$  vastinsivu  $AD$ .

c)  $3 : 2$  (tai  $2 : 3$ )



## 1.9

- a) Muutetaan pituudet samaan yksikköön.

$$250\text{ m} = 25\,000\text{ cm} \quad 1\text{ m} = 100\text{ cm}$$

Merkitään pellon pituutta kartalla kirjaimella  $x$ .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pituus (cm)	Mittakaava
Kartalla	$x$	1
Maastossa	25 000	20 000

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{x}{25\,000} = \frac{1}{20\,000}$$

Vastinpituuksien suhde on

yhtä suuri kuin mittakaava.

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 1,25\text{ (cm)}$$

Väite on siis tosi.

- b) Jos kuviot ovat yhdenmuotoiset, ne ovat samanmuotoiset.

Jos kuvioiden mittakaava on  $1 : 1$ , kuviot ovat samankokoiset.

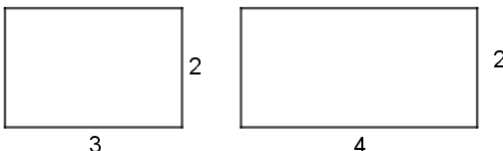
Väite on siis tosi.

- c) Neliö on monikulmio, jonka kaikki sivut ovat yhtä pitkät ja kaikki kulmat ovat suoria kulmia. Näin ollen kaikki neliöt ovat samanmuotoisia eli yhdenmuotoisia.

Väite on siis tosi.

- d) Suorakulmioiden kaikki kulmat ovat suoria kulmia, mutta leveyden ja korkeuden suhde voi olla eri suorakulmioilla erilainen.

Esimerkiksi näiden suorakulmioiden korkeuksien suhde on  $1 : 1$ , mutta leveyksien suhde on  $4 : 3$ .



Koska vastinpituuksien suhde ei ole vakio, nämä kuviot eivät ole yhdenmuotoiset.

Väite on siis epätosi.

- e) Yhdenmuotoisten kuvioiden kaikki vastinkulmat ovat yhtä suuret.

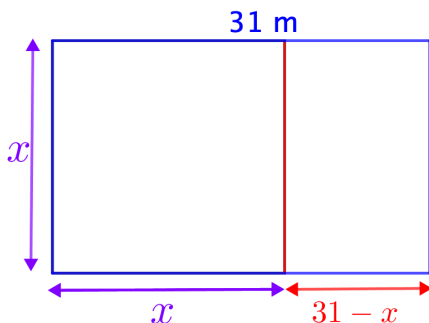
Väite on siis epätosi.

**Vastaus**

- a) tosi b) tosi c) tosi d) epätosi e) epätosi

## 1.10

Piirretään mallikuva. Merkitään neliön sivun pituutta kirjaimella  $x$ .



Jotta isompi suorakulmio on kultainen suorakulmio, täytyy isomman ja pienemmän suorakulmion olla yhdenmuotoiset.

Kootaan tiedot taulukkoon

	Pidempi sivu (m)	Lyhyempi sivu(m)
Isompi	31	$x$
Pienempi	$x$	$31 - x$

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{31}{x} = \frac{x}{31 - x}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx -50 \quad \text{tai} \quad x \approx 19$$

Sivun pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 19$  m.

**Vastaus**

19 m

## 1.11

Merkitään isomman television kuvaruudun leveyttä kirjaimella  $x$ .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Leveys (cm)	Lävistäjä (tuumaa)
Pienempi TV	53,1	24
Isompi TV	$x$	65

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{53,1}{x} = \frac{24}{65}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.  
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 144 \text{ (cm)}$$

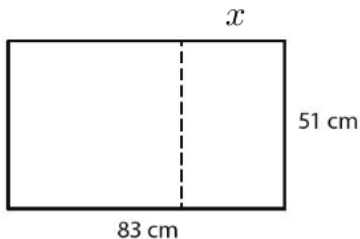
65-tuumaisen television kuvaruudun leveys on 144 cm.

### Vastaus

144 cm

## 1.12

Merkitään oikeasta reunasta rajattavan alueen lyhyemmän sivun pituutta kirjaimella  $x$ .



Kootaan tiedot taulukkoon.

	Lyhyempi sivu (cm)	Pidempi sivu (cm)
<b>Koko kangas</b>	51	83
<b>Oikeanpuoleinen osa</b>	$x$	51

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{51}{x} = \frac{83}{51}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.  
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 31 \text{ (cm)}$$

Alueen leveyden tulee olla 31 cm.

**Vastaus**

31 cm

## 1.13

- a) Mittakaava on vastinpituuksien suhde.

Muutetaan julkisivun pituus senttimetreiksi.

$$85 \text{ m} = 8\,500 \text{ cm} \quad 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

Määritetään mittakaava.

$$\frac{125 \text{ cm}}{8500 \text{ cm}} = \frac{1}{68}$$

Mittakaava on 1 : 68.

- b) Merkitään pienoismallin korkeutta kirjaimella  $x$ .  
Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pituus	Korkeus
Pienoismalli (cm)	125	$x$
Rakennus (m)	85	15

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{125}{85} = \frac{x}{15}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.  
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 22 \text{ (cm)}$$

Pienoismallin korkeus on 15 cm-

### Vastaus

- a) 1 : 68  
b) 22 cm

## 1.14

- a) Merkitään lammen ympärysmittaa kirjaimella  $x$ .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Ympärysmitta (cm)	Mittakaava
Kartta	3,9	1
Maasto	$x$	15 000

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{3,9}{x} = \frac{1}{15\,000}$$
$$x = 58\,500 \text{ (cm)}$$

Lammen ympärysmitta on  $58\,500 \text{ cm} = 585 \text{ m} \approx 590 \text{ m}$ .

- b) Lasketaan suunnistajan keskivauhti  $v$ .

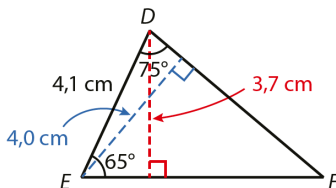
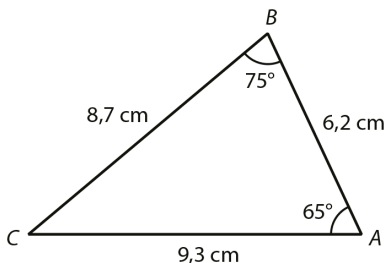
$$v = \frac{585 \text{ m}}{5 \text{ min}}$$
$$= \frac{585 \text{ m}}{5 \cdot 60 \text{ s}}$$
$$= \frac{585 \text{ m}}{300 \text{ s}}$$
$$= 1,95 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$\approx 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Keskivauhti saadaan jakamalla  
matka käytetyllä ajalla.

### Vastaus

- a) 590 m  
b) 2,0 m/s

## 1.15



- a) Sivun  $AC$  vastinsivu on  $EG$ .  
Sivun  $AB$  vastinsivu on  $ED$ .

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan sivun  $EF$  pituus.

$$\frac{EF}{AC} = \frac{ED}{AB}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.

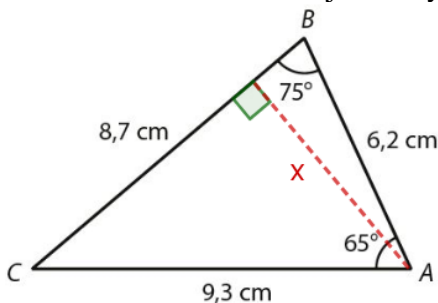
$$\frac{EF}{9,3} = \frac{4,1}{6,2}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$EF \approx 6,2 \text{ (cm)}$$

Sivun  $EF$  pituus on 6,2 cm.

- b) Piirretään vastaava korkeusjana näkyviin mallikuvaan.



Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan korkeusjanan pituus  $x$ .

$$\frac{x}{4,0} = \frac{6,2}{4,1}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 6,0 \text{ (cm)}$$

Korkeusjanan pituus on 6,0 cm.

**Vastaus**

- a) 6,2 cm      b) 6,0 cm

## 1.16

### Ensimmäinen rivi

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pituus (km)	Mittakaava
Pituus kartalla	$x$	1
Todellinen pituus	12,5	20 000

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{x}{12,5} = \frac{1}{20000}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 0,000625 \text{ (km)}$$

Pituus kartalla on  $0,000625 \text{ km} = 62,5 \text{ cm}$ .

### Toinen rivi

Muutetaan annetut mitat samaan yksikköön.

$$190 \text{ km} = 19\,000\,000 \text{ cm}$$

$$1 \text{ km} = 100\,000 \text{ cm}$$

Mittakaava on vastinpituuksien suhde.

$$\frac{76 \text{ cm}}{19\,000\,000 \text{ cm}} = \frac{1}{250\,000}$$

Sievennetään CAS-laskimella.

Mittakaava on **1 : 250 000**.

### Kolmas rivi

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pituus (cm)	Mittakaava
Pituus kartalla	3,5	1
Todellinen pituus	$x$	10 000

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{3,5}{x} = \frac{1}{10000}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 35000 \text{ (cm)}$$

Todellinen pituus on  $35\,000 \text{ cm} = 350 \text{ m}$ .

### Vastaus

Kartan mittakaava	Todellinen pituus	Pituus kartalla
1 : 20 000	12,5 km	62,5 cm
1 : 250 000	190 km	76 cm
1 : 10 000	350 m	3,5 cm



## 1.17

Merkitään postikortissa olevan maalauksen korkeutta kirjaimella  $x$ .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Leveys (cm)	Korkeus (cm)
Maalaus	78	48
Kortti	14,7	$x$

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{78}{14,7} = \frac{48}{x}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.  
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 9,0 \text{ (cm)}$$

Koska kortin korkeus on 10,5 cm, tyhjää tilaa jää

$$10,5 \text{ cm} - 9,0 \text{ cm} = 1,5 \text{ cm}.$$

**Vastaus**

1,5 cm

## 1.18

Santtu laski väärin.

Lasketaan ensin todellinen pituus  $x$ .

$$\frac{140}{x} = \frac{1}{250\,000}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 35\,000\,000 \text{ (cm)}$$

Lasketaan seuraavaksi pituus  $y$  toisella kartalla.

$$\frac{y}{35\,000\,000} = \frac{1}{800\,000}$$

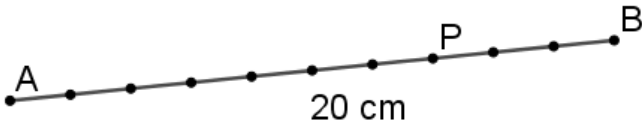
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$y \approx 44 \text{ (cm)}$$

Pituus toisella kartalla olisi 44 cm.

## 1.19

Piirretään mallikuva.



Koska piste  $P$  jakaa jana  $AB$  suhteessa  $7 : 3$ , voidaan jana  $AB$  jakaa 10 yhtä suureen osaan.

Lasketaan yhden osan pituus.

$$\frac{20 \text{ cm}}{10} = 2 \text{ cm}$$

Janan  $AP$  pituus on 7 tällaista osaa. Lasketaan janan  $AP$  pituus.

$$AP = 7 \cdot 2 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$$

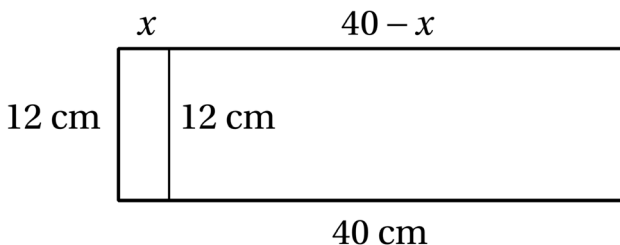
**Vastaus**

14 cm

## 1.20

Suorakulmion voi jakaa keskeltä kahteen samanlaiseen, siis yhdenmuotoiseen osaan.

Toinen tapa on leikata kuvan esittämällä tavalla.



Kootaan tiedot taulukkoon.

	Lyhyempi sivu (cm)	Pidempi sivu (cm)
<b>Isompi osa</b>	12	$40 - x$
<b>Pienempi osa</b>	$x$	12

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{12}{x} = \frac{40 - x}{12}$$

Vastinpituuksien suhteet ovat yhtä suuret.  
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 4 \text{ (cm)} \text{ tai } x = 36 \text{ (cm)}$$

Kun  $x = 4$  cm, on  $40 - x = 40 - 4 = 36$  (cm).

Kun  $x = 36$  cm, on  $40 - x = 40 - 36 = 4$  (cm).

Molemmat ratkaisut tarkoittavat siis, että paperi leikataan 4 cm:n päästä paperin reunasta.

### Vastaus

Joko keskeltä tai 4 cm:n päästä reunasta.

## 1.21

Lasketaan mittakaava Suomen pituuden ja A5-arkin pidemmän sivun perusteella.

Muutetaan pituudet samaan yksikköön.

A5-arkki: 21,0 cm

Suomi: 1157 km = 1 157 000 m = 115 700 000 cm.

$$\frac{21,0 \text{ cm}}{115\,700\,000 \text{ cm}} \stackrel{(21)}{\approx} \frac{1}{5\,509\,524} = 1 : 5\,509\,524$$

Lasketaan mittakaava Suomen leveyden ja A5-arkin lyhyemmän sivun perusteella.

Muutetaan leveydet samaan yksikköön.

A5-arkki: 14,8 cm

Suomi: 542 km = 542 000 m = 54 200 000 cm.

$$\frac{14,8 \text{ cm}}{54\,200\,000 \text{ cm}} \stackrel{(14,8)}{\approx} \frac{1}{3\,662\,162} = 1 : 3\,662\,162$$

Kartoista pienempi on se, jonka mittakaava on 1 : 5 509 524.

Mittakaava pitää pyöristää ylöspäin, jotta Manner-Suomi varmasti mahtuu kartalle. Jotta koko Manner-Suomi mahtuu kartalle, on mittakaavan oltava 1 : 5 600 000

### Vastaus

1 : 5 600 000